ĐẠI HỌC THÁI NGUYÊN
TRƯỜNG ĐẠI HỌC SƯ PHẠM

NGUYỄN THU HẰNG

TẬP HÚT TOÀN CỤC CỦA BÀI TOÁN PARABOLIC SUY BIẾN NỬA TUYẾN TÍNH TRONG MIỀN BỊ CHẶN VỚI SỐ HẠNG PHI TUYẾN TĂNG TRƯỞNG KIỂU ĐA THỨC

LUẬN VĂN THẠC SĨ TOÁN HỌC

Thái Nguyên - Năm 2017

ĐẠI HỌC THÁI NGUYÊN
TRƯỜNG ĐẠI HỌC SƯ PHẠM

NGUYỄN THU HẰNG

TẬP HÚT TOÀN CỤC CỦA BÀI TOÁN PARABOLIC SUY BIẾN NỬA TUYẾN TÍNH TRONG MIỀN BỊ CHẶN VỚI SỐ HẠNG PHI TUYẾN TĂNG TRƯỞNG KIỂU ĐA THỨC

Chuyên ngành: GIẢI TÍCH
Mã số: 60.46.01.02

LUẬN VĂN THẠC SĨ TOÁN HỌC

Người hướng dẫn khoa học
TS. PHẠM THỊ THỦY

Thái Nguyên - Năm 2017

Lời cam đoan

Tôi xin cam đoan đây là công trình nghiên cứu của riêng tôi. Các tài liệu trong luận văn là trung thực. Luận văn không trùng lặp với các luận văn khác.

Thái Nguyên, tháng 4 năm 2017

Người viết Luận văn

Nguyễn Thu Hằng

Xác nhận	Xác nhận
của Trưởng (phó) khoa chuyên môn	của người hướng dẫn khoa học

TS. Phạm Thị Thủy

Lời cảm ơn

Luận văn được hoàn thành tại Trường Đại học Sư phạm – Đại học Thái Nguyên dưới sự hướng dẫn tận tình của TS. Phạm Thị Thủy. Nhân dịp này em xin cảm ơn Cô về sự hướng dẫn nhiệt tình và sự truyền thụ những kinh nghiệm trong quá trình học tập, nghiên cứu và hoàn thành luận văn.

Xin chân thành cảm ơn Phòng Sau Đại học, Ban chủ nhiệm Khoa Toán, các thầy cô giáo Trường Đại học Sư phạm – Đại học Thái Nguyên đã giảng dạy và tạo điều kiện thuận lợi cho tôi trong quá trình học tập và nghiên cứu khoa học.

Rất mong được sự góp ý kiến của các thầy cô giáo và các bạn học viên để luận văn này được hoàn chỉnh hơn.

Thái Nguyên, tháng 4 năm 2017

Người viết luận văn

Nguyễn Thu Hằng

Mục lục

Mở đầu

1. Lý do chọn đề tài

Sự tồn tại tập hút toàn cục đối với phương trình và hệ phương trình parabolic nửa tuyến tính không suy biến đã được nghiên cứu bởi nhiều tác giả, trong cả miền bị chặn và không bị chặn. Tính liên tục của tập hút toàn cục đối với bài toán parabolic được nghiên cứu trong các công trình lớn.

Cho đến nay, các kết quả về lí thuyết tập hút đối với lớp phương trình parabolic không suy biến rất phong phú và đã khá hoàn thiện. Tuy nhiên các kết quả tương ứng trong từng trường hợp phương trình suy biến vẫn còn ít và còn nhiều vấn đề mở.

Việc nghiên cứu sự tồn tại và tính chất của tập hút đối với những lớp phương trình parabolic suy biến là những vấn đề thời sự, có ý nghĩa khoa học và hứa hẹn nhiều ứng dụng trong các bài toán thực tế.

Do đó chúng tôi lựa chọn những vấn đề trên làm nội dung nghiên cứu của luận văn với tên gọi là " *Tập hút toàn cục của bài toán parabolic suy biến nửa tuyến tính trong miền bị chặn với số hạng phi tuyến tăng trưởng kiểu đa thức."*

2. Mục đích của đề tài

Tìm hiểu và nghiên cứu sự tồn tại, một số tính chất của tập hút toàn cục (bao gồm tính trơn, sự phụ thuộc liên tục theo tham biến, đánh giá số chiều fractal, ...) của bài toán parabolic suy biến nửa tuyến tính trong miền bị chặn với số hạng phi tuyến tăng trưởng kiểu đa thức.

3. Phương pháp nghiên cứu

Để chứng minh sự tồn tại tập hút và tính trơn của tập hút, chúng tôi sử dụng các phương pháp của lí thuyết hệ động lực vô hạn chiều, nói riêng là phương pháp đánh giá tiên nghiệm tiệm cận và phương pháp đánh giá phần đuôi nghiệm.

Để đánh giá số chiều của tập hút toàn cục, chúng tôi sử dụng phương pháp của Ladyzhenskaya.

4. Bố cục của luận văn

Nội dung luận văn gồm 46 trang trong đó có phần mở đầu, hai chương nội dung, phần kết luận và danh mục tham khảo.

Chương 1: Trình bày các khái niệm và kết quả tổng quát về tập hút toàn cục các kết quả về không gian hàm và toán tử được sử dụng trong chương 2.

Chương 2: Là nội dung chính của luận văn. Trình bày các kết quả về sự tồn tại tập hút toàn cục trong $L^2(\Omega)$, $L^{2p-2}(\Omega)$, $\mathcal{D}_0^2(\Omega,\sigma)$ và đánh giá số chiều của tập hút toàn cục.

Chương 1

Kiến thức chuẩn bị

Trong chương này, ta sẽ nhắc lại một số kiến thức về không gian hàm, kết quả tổng quát về tập hút toàn cục và một số khái niệm xét tính chất của tập hút toàn cục. Các nội dung trong chương được trích dẫn từ các tài liệu tham khảo [1], [5], [6], [8], [9], [10].

1.1 Một số khái niệm

Định nghĩa 1.1.1. *(Không gian metric)*

Cho X là một tập khác rỗng, trên X ta trang bị một hàm số

$$\rho : X \times X \to \mathbb{R}$$

$$(x, y) \to \rho(x, y)$$

thỏa mãn các điều kiện sau

a) $\rho(x, y) \geq 0 \ \ \forall x, y \in X; \ \ \rho(x, y) = 0 \Leftrightarrow x = y;$

b) $\rho(x, y) = \rho(y, x) \ \ \forall x, y \in X;$

c) $\rho(x, z) \leq \rho(x, y) + \rho(y, z) \ \ \forall x, y, z \in X.$

Khi đó ρ được gọi là một metric hay khoảng cách trên X. Cặp (X, ρ) gọi là không gian metric. Mỗi phần tử của X sẽ được gọi là một điểm, $\rho(x, y)$ gọi là khoảng cách giữa hai điểm x và y của X.

Ta thường gọi điều kiện (a) là tiên đề đồng nhất, điều kiện (b) là tiên đề đối xứng, điều kiện (c) là tiên đề tam giác.

Định nghĩa 1.1.2. *(Không gian metric đầy đủ)*

Giả sử (X, ρ) là một không gian metric. Dãy $\{x_n\}$ các phần tử của X được gọi là một dãy Cauchy (hay dãy cơ bản) nếu

$$\lim_{m,n\to\infty} \rho(x_m, x_n) = 0.$$

Nghĩa là, với mọi $\varepsilon > 0$, tồn tại một số $n_0 \in \mathbb{N}^*$, sao cho với mọi $n \geq n_0$ ta luôn có

$$\rho(x_m, x_n) < \varepsilon.$$

Không gian metric X gọi là không gian metric đầy đủ nếu mọi dãy Cauchy các phần tử của X đều hội tụ.

Định nghĩa 1.1.3. Một tập hợp E gọi là không gian tuyến tính định chuẩn trên trường K (K là trường số thực hoặc phức) nếu:

a) E là không gian tuyến tính trên trường K;

b) Mỗi phần tử $u \in E$ đặt tương ứng được với một số thực gọi là chuẩn của u và kí hiệu là $\|u\|$ thỏa mãn các tiên đề:

$$\|u\| \geq 0,\ \ \|u\| = 0 \Leftrightarrow u = 0;$$

$$\|u + v\| \leq \|u + v\| \leq \|u\| + \|v\|;$$